

РАСПАД $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu e^+ e^-$ И АКСИАЛЬНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ
 π -МЕЗОНА

Д.А.Мжавия*, Г.В.Мицельмахер, Ф.Г.Ткебучава*

Рассмотрен распад $\pi \rightarrow 3e\nu$. Проведены расчеты дифференциальной и полной вероятности этого процесса. Проанализированы возможности однозначного определения аксиального формфактора γ . Отмечено, что использование экспериментальных данных по поляризуемости пиона уже сейчас позволяет сделать однозначный выбор между двумя значениями γ .

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

The Decay $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu e^+ e^-$ and Axial Form Factors of π -Meson

D.A.Mzhavia, G.V.Micelmacher, F.G.Tkebuchava

The decay $\pi^+ \rightarrow e^+ e^+ e^- \nu$ is considered. The differential and total probabilities of this process are calculated. Opportunities of unambiguous determination of the axial form factor γ are analysed. It is pointed out that already now the experimental data on pion polarisability allow an unambiguous choice between two values of γ .

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

1. В настоящей работе рассматривается распад

$$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu e^+ e^-.$$

/1/

Исследование на опыте этого распада является трудной задачей. До настоящего времени экспериментально определена лишь верхняя граница этого процесса $^{1/}$ $W(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu e^+ e^-) / W_\pi < 4,8 \cdot 10^{-9}$ /в предположении, что матричный элемент - константа/, W_π - полная вероятность распада π -мезона. Несомненно, однако, что на экспериментальных установках нового поколения, таких, как АРЕС $^{2/}$, SINDRUM $^{3/}$ с использованием интенсивных пучков сильноточных ускорителей средних энергий в недалеком будущем станет возможным детальное изучение этого распада.

* Институт физики высоких энергий ТГУ, Тбилиси

Исследование процесса /1/ представляет значительный интерес, т.к. в матричный элемент этого распада входит лишь один адрон - π -мезон. Таким образом, этот распад, наряду с процессом $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$, дает в наиболее чистом виде информацию о слабоэлектромагнитной структуре π -мезона, которая чрезвычайно чувствительна к современным теоретическим моделям, отражающим наши основные представления о динамике мезонов. Процесс /1/ был впервые детально проанализирован теоретически в работе /4/ /см. также /5,6/. Однако в последнее время в связи с новыми экспериментальными возможностями появилось несколько теоретических работ /7,8/, в которых заново рассматривается процесс /1/. Сопоставление расчетов, выполненных в /4,6/, с расчетами /7,8/ выявило ряд расхождений между ними. Это побудило нас заново провести вычисления вероятности процесса /1/ и рассмотреть вопрос о том, какую информацию можно получить из экспериментального исследования этого распада.

2. Матричный элемент распада /1/ /который мы будем для краткости обозначать $\pi \rightarrow 3e\nu$ / можно представить в виде суммы двух членов, отвечающих диаграммам рис.1. Выражение для матричного элемента имеет вид

$$\begin{aligned}
 M = & \frac{e^2 f_\pi G}{\sqrt{2}} \frac{\epsilon_a}{K^2} (m_\ell \bar{U}(\mathbf{P})(1 - \gamma_5) \left[\frac{2Q_a + K_a}{2(QK) + K^2} - \frac{2P_{1a} + \hat{K} \gamma_a}{2(P_1 K) + K^2} \right] U(-\mathbf{P}_1) + \\
 & + \frac{1}{M^2} \{ -\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} \times K_\rho Q_\sigma \times a(K^2, Q^2) + (Q_a K_\beta - (QK) \delta_{\alpha\beta} \times \\
 & \times b(K^2, Q^2) + (K_a K_\beta - K^2 \delta_{\alpha\beta}) \times c(K^2, Q^2) + (K^2 Q_a - (QK) K_a) \times \\
 & \times Q_\beta \times \left[\frac{2M^2}{Q^2 + M^2} \frac{1 - F(K^2)}{K^2} + \frac{d(K^2, Q^2)}{K^2} \right] \} \ell_\beta \},
 \end{aligned}$$

где M - масса π -мезона, m_ℓ - масса лептона ℓ ; q, P, P_1, P_2, P_3 - 4-импульсы π -мезона, нейтрино, лептона ℓ , позитрона и электрона соответственно;

$$K = P_2 + P_3; \quad Q = P_1 + P; \quad G = \frac{10^{-5}}{m_p^2};$$

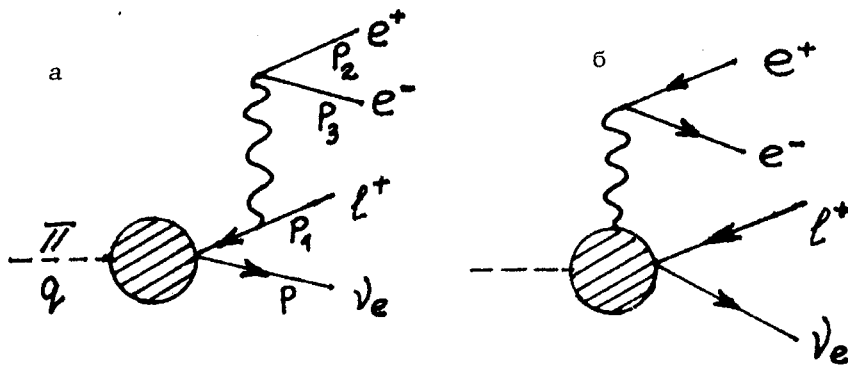


Рис. 1. Испускание виртуального γ -кванта лептоном l /диаграмма а/. Излучение из адронов /диаграмма б/.

$$\frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}; \quad \epsilon_a = \bar{U}(P_3) \gamma_a U(-P_2); \quad \ell_\beta = \bar{U}(P) \gamma_\beta (1 + \gamma_5) U(-P_1); \quad /3/$$

f_π определяется вероятностью W_π распада $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$;

$$W_\pi = (G^2 f_\pi^2 / 8\pi) M \mu^2 (1 - \frac{\mu^2}{M^2})^2; \quad \mu - \text{масса } \mu^+ \text{-мезона};$$

$F(K^2)$ - электромагнитный формфактор реального π -мезона, зависящий только от одного инварианта K^2 и удовлетворяющий условию нормировки $F(0) = 1$; а, b, с, d - формфакторы.

Поскольку нашей целью является расчет распада $\pi \rightarrow 3e\nu$ процесса с тождественными частицами в конечном состоянии, выражение для амплитуды необходимо антисимметризовать:

$$M = \frac{1}{\sqrt{2}} (M_1 - M(P_1 \leftrightarrow P_2)). \quad /4/$$

Как показано, например, в ^{5/}, вклады, содержащие формфактор d и множитель $1 - F(K^2)$, пренебрежимо малы, поэтому эффективно амплитуда распада $\pi \rightarrow 3e\nu$ характеризуется формфакторами а, b и с.

Как показали Вакс и Иоффе ^{9/}, гипотеза сохранения векторного тока позволяет связать формфактор а, характеризующий вклад векторного тока, с амплитудой распада π^0 -мезона. Полагая значение а известным, мы так же, как в работе ^{4/}, ввели новые формфакторы $\gamma = b/a$ и $\xi = c/a^*$ и разбили вероятность на вклады:

* Мы полагаем знак $S = \text{sign}(a, f_\pi) = +1$ ^{10/}.

$$R = IB + SD + \gamma \cdot SD_{\gamma} + \xi \cdot SD_{\xi} + \gamma \cdot \xi \cdot SD_{\gamma\xi} + \gamma^2 \cdot SD_{\gamma^2} + \\ + \xi^2 \cdot SD_{\xi^2} + IBSD + \gamma \cdot IBSD_{\gamma} + \xi \cdot IBSD_{\xi}. \quad /5/$$

IB - вклад внутреннего тормозного излучения, SD - вклад векторной части амплитуды; SD_{γ} - вклад интерференции векторной части с вкладом, пропорциональным γ и т.д.

Расчет дифференциальной вероятности проводился с помощью программы SCHOONSHIP /11/. Для проверки полученного выражения были рассчитаны значения различных вкладов в вероятность при некоторых случайных значениях импульсов частиц - продуктов распадов, удовлетворяющих кинематике $\pi \rightarrow 3e\nu$.

Таблица 1

Численные значения величин, входящих в равенство /5/, в единицах $10^{-10} W$

IB	SD	SD_{γ^2}	$SD_{\gamma\xi}$	SD_{ξ^2}	IBSD	$IBSD_{\gamma}$	$IBSD_{\xi}$
$\pm 1,3$	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$	$\pm 0,02$	$\pm 0,01$	$\pm 0,01$	$\pm 0,01$	$\pm 0,0005$
82,9	3,03	3,41	0,73	0,37	-1,24	1,29	0,0223

Таблица 2

Интегральная вероятность распада $\pi \rightarrow 3e\nu$ для различных значений параметров γ и ξ в единицах $10^{-10} W$ /энергетический порог регистрации заряженных частиц $E > 10$ МэВ/

ξ	0	2,1		
γ	-2,0	0,3	-2,0	0,3
$ K^2 $ или $ Q^2 < 0,01$ м ²	27	19	26	20
$ K^2 $ и $ Q^2 \geq 0,01$ м ²	4,7	2,9	9,7	4,1

В табл. 1 и 2 приведены результаты расчетов наиболее существенных вкладов в полную вероятность и в вероятность, рассчитанную при различных кинематических обрезаниях в единицах $10^{-10} W_{\pi}$, при значениях формфакторов $\gamma = 0,3$;

$\xi = 2,1$ и времени жизни π^0 -мезона $\tau_{\pi^0} = 0,89 \cdot 10^{-16}$ с /для удобства сопоставления расчетов здесь мы приняли значения этих параметров такими же, как и в /4,6//. Более поздние эксперименты по исследованию распадов $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu \gamma$ и $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$ дают двузначный результат $\gamma_1 = 0,40 \pm 0,07$; $\gamma_2 = -2,36 \pm 0,07$ /12/. В работе /4/ для розыгрыша в фазовом объеме распада /1/ использовалась программа ФОРС /13/, предназначенная для расчета процессов, описываемых достаточно гладкими матричными элементами. В нашей работе использовался специальный алгоритм моделирования кинематики процесса /1/ методом Монте-Карло. Это позволило учесть основные неравномерности матричного элемента /отдельные вклады были рассчитаны с точностью, лучшей 3%/. Результаты наших расчетов в основном согласуются с расчетами, выполненными в /4/, существенное различие есть лишь во вкладах $SD \gamma \xi$, $IBSD$, $IBSD \gamma$, у которых в работе /4/ неверно приведены знаки. Заметим, впрочем, что эти неточности были исправлены уже в /6/.

3. В работе /4/ было показано, что исследование распада /1/ в специальной кинематической области /энергетический порог регистрации заряженных частиц $E > 10:15$ МэВ, инвариантная масса e^+e^- -пары $|K^2| = (P_2 + P_3)^2$ или $|Q^2| = (P_1 + P)^2 < 0,01 \times M^2$ /, позволяет определить формфактор u независимо от значения формфактора ξ /см. табл.2/. В принципе измерения в этой области вероятности распада /1/, равной, согласно расчетам, $2 \times 10^{-9} W$ с точностью, лучшей 20%, позволяют дополнить информацию, полученную при исследовании распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu \gamma$ /12/, и однозначно оценить параметр u . Измерения распада $\pi \rightarrow 3e \nu$ в области $|K^2|$ и $|Q^2| \geq 0,01 \times M^2$ позволяют определить формфактор ξ .

В недавних работах /7,8/ для решения этой задачи рассмотрены другие кинематические области процесса /1/. В работе /7/ была проанализирована возможность исследования /1/ в области $-1 \leq \cos \alpha \leq -0,8$; $0,8 \leq \cos \beta \leq 1$, где α и β - углы между позитронами и электроном, энергетическое обрезание на каждую заряженную частицу составляло 10 МэВ. Для полной вероятности в этой области в /7/ было получено

$$R = \frac{W(\pi \rightarrow 3e \nu)}{W_\pi} \approx 3,3 \cdot 10^{-9} \quad \text{при } \gamma_1 = -1,98 \text{ и } 0,8 \cdot 10^{-9}$$

при $\gamma_2 = 0,26$. Столь большое различие в величине R для различных γ , а также довольно большое значение R по абсолютной величине побудило авторов /7/ рекомендовать указанную кинематическую область для измерений. Мы провели аналогичные расчеты и получили в этой области при $\gamma_1 = -1,98$ $R = 1,6 \cdot 10^{-10}$ и при $\gamma_2 = 0,26$ $R = 1,3 \cdot 10^{-10}$. Таким образом, по нашему мнению, рассмотренная в /7/ кинематическая область не представляет особого интереса для исследования формфактора u .

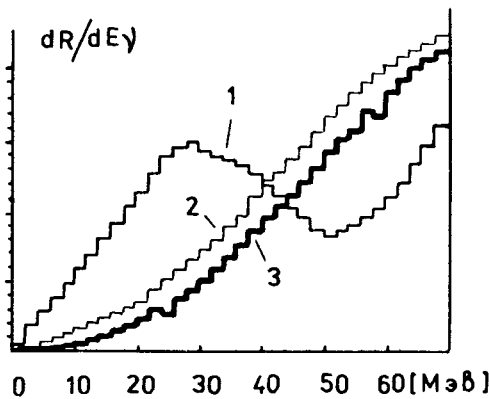


Рис.2. Дифференциальная вероятность распада как функция энергии нейтрино. Гистограмма 1 соответствует спектру нейтрино $E_\gamma = M - E_- - E_+ - E_+$, при значениях формфакторов $\gamma = 0,4$; $\xi = 2,6$. Гистограмма 2 соответствует спектру E , при значениях $\gamma = -2,4$; $\xi = 2,6$, 3 - спектр E при $\gamma = 0,4$; $\xi = 0$.

В работе /8/ рассмотрен другой способ определения γ -формфактора. В области $|\cos \alpha| < 0,95$; $|\cos \beta| < 0,95$ с дополнительным обрезанием по энергии каждой заряженной частицы $E > 15$ МэВ/ вычислен спектр нейтрино. Мы подтверждаем вывод работы /8/ о том, что исследование этого спектра позволяет дать информацию о значении γ , если набрано достаточно много событий, чтобы превысить ту малую относительную вероятность распадов $5 \cdot 10^{-10}$, которую мы получили с помощью энергетических и угловых обрезаний /см.рис.2/. Однако, как показали наши расчеты, это утверждение существенно опирается на значение $\xi = 2,6$, следующее из соотношения /14.4/:

$$|\xi| = \frac{1}{3} M f_\pi \langle r_\pi^2 \rangle / a \quad /6/$$

/здесь $\langle r_\pi^2 \rangle$ -среднеквадратичный радиус π -мезона/.

В соответствии с нашими расчетами изменение значения ξ существенно изменяет поведение спектра /рис.2/. Так, при $\xi < 2$ различие между $\gamma_1 = 0,4$ и $\gamma_2 = -2,4$ в спектре нейтрино существенно уменьшается. Заметим также, что расчеты, выполненные в /8/, содержат численные ошибки. Вместо приведенного значения интегральной вероятности в рассмотренной в /8/ области $R / \gamma = 0,4$; $\xi = 2,6 / = 2,7 \cdot 10^{-10}$ при $\tau_{\pi^0} = 0,83 \cdot 10^{-10}$ с должно быть $R = 5,2 \cdot 10^{-10}$, а вместо приведенного в /8/ $R / \gamma = -2,4$; $\xi = 2,6 / = 2,4 \cdot 10^{-10}$ мы получили значение $R = 5,1 \cdot 10^{-10}$.

В заключение сделаем несколько замечаний об информации о формфакторах, которую можно, по нашему мнению, извлечь из распада $\pi \rightarrow 3e\nu$.

1. Как известно, несколько проведенных экспериментов по исследованию распада $\pi^+ \rightarrow e^+\nu$ /12,15,16,17/ не позволили однозначно определить γ . Это связано с тем, что во всех экспериментах для определения γ использовалась, в сущ-

ности, одна и та же кинематическая область $E_e, E_\gamma > 50$ МэВ, свободная от фонового распада $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu \nu \gamma$. Может случиться, что при исследовании распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu e^+ e^-$ аналогичная трудность возникнет в связи с фоном от распада $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu e^+ e^- \nu$ /или $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu \nu \gamma$ с конверсией в мишени/. Радикальным выходом из положения было бы изучение распада $\pi \rightarrow 3e\nu$ на лету, аналогично тому, как это делается при изучении K^+ -распадов и распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu \gamma$ /18/ /но с использованием интенсивных пучков мезонных фабрик/, что в связи с разницей во временах жизни π^+ - и μ^+ -мезонов позволило бы существенно подавить фоновые процессы и расширить исследуемую кинематическую область.

2. Согласно /19/ параметр γ связан с поляризуемостью заряженного пиона a_π соотношением

$$a_\pi = -\gamma \frac{f}{2Mf_\pi}, \quad /7/$$

где f определена из времени жизни π^0 ; $r_{\pi^0} = \frac{64\pi}{f^2 M^3}$. /В ра-

боте /19/ показано, что $f/f_\pi < 0$, так что положительное значение a_π соответствует положительному γ . Из измеренной величины /20/ поляризуемости a_π и известного времени жизни π^0 -мезона следует значение $\gamma = 0,8 \pm 0,2$, которое в пределах ошибок можно считать согласующимся со значением $\gamma_1 = 0,40 \pm 0,07$, но которое полностью противоречит $\gamma_2 = -2,36 \pm 0,07$ /значения γ_1 и γ_2 взяты из работы /12/ /.

Таким образом, по нашему мнению, использование экспериментальных данных по поляризуемости пиона уже сейчас позволяет сделать однозначный выбор между двумя значениями γ .

3. С другой стороны, представляется интересной возможность экспериментального определения формфактора ξ , для чего распад $\pi \rightarrow 3e\nu$ необходимо исследовать в области $|K^2|$ и $|Q^2| \geq 0,01 \times M^2$ или при еще более жестком обрезании $\sim 0,05 \times M^2$ на величины $|K^2|$ и $|Q^2|$, с тем чтобы обеспечить независимость измеряемой величины от u . Измерение ξ позволит проверить соотношение /6/. Если же считать это соотношение справедливым, то даже при небольшой статистике событий $\pi \rightarrow 3e\nu$ возможно с высокой точностью определить $\sqrt{\langle r^2 \rangle} / \text{см.}$, в связи с этим, аналогичную работу по распаду $\pi^+ K \rightarrow 3e\nu$ /21/ /.

Авторы благодарны Н.С.Амаглобели, Д.Ю.Бардину, С.М.Коренченко, Б.Ф.Костину, А.Г.Ольшевскому и Н.Л.Русакович за помощь в работе и полезные обсуждения.

Литература

1. Коренченко С.М. и др. ЖЭТФ, 1976, т.43, с.1.
2. Коренченко С.М., Мицельмахер Г.В., Некрасов К.Г. ОИЯИ, P13-9542, Дубна, 1976.
3. Bertl W. et al. Nucl.Phys., 1985, B260, p.1.
4. Бардин Д.Ю. и др. ЯФ, 1971, 14, с.427.
5. Бардин Д.Ю., Иванов Е.А. ЭЧАЯ, 1976, т.7, вып.3, с.726.
6. Бардин Д.Ю. ОИЯИ, 2-7714, Дубна, 1973.
7. Huang J.N., Lee C.Y. Phys.Rev., 1984, dD29, p.1017.
8. Kersch A., Scheck F. Nucl.Phys., 1986, B 263, p.475; Egli S. et al. Proposal R-85-16.1 at SIN, 1985.
9. Vaks V.G., Ioffe B.L. Nuovo Cim., 1958, 10, p.324.
10. Okubo S. Phys.Rev., 1969, 179, p.1629.
11. Strubbe H. Comp.Phys.Comm., 1974, v.8, p.1.
12. Perroud J.P. et al. SIN Newsletter, 1982, No.14.
13. Комолова В.Е., Копылов Г.И. ОИЯИ, P-2027, Дубна, 1970.
14. Das T., Mathur V.S., Okubo S. Phys.Rev.Lett., 1967, 19, p.859.
Мусаханов М.М. ЯФ, 1970, т.12, с.1243.
15. Depommier P. et al. Phys. Lett., 1963, 7, p.285.
16. Stetz A. et al. Phys.Rev.Lett., 1974, 33, p.1455.
17. Stetz A. et al. Nucl.Phys., 1978, B138, p.285.
18. Арбузов Б.А. и др. ИЯИ АН СССР, 11-0018, М., 1975.
19. Терентьев М.В. УФН, 1974, т.112, с.37.
20. Antipov Yu.M. et al. Phys.Lett. 1983, 121B, p.445.
21. Micelmacher G.V., Mzhavia D.A., Tkebuchava F.G., JINR, E2-85-768, Dubna, 1985.

Рукопись поступила 24 июля 1986 года.